

# Cohérence entre la modélisation et les objectifs de contrôle pour les véhicules autonomes

P. Polack<sup>1</sup>

B. d'Andréa-Novel<sup>1</sup>

A. de La Fortelle<sup>1</sup>

Lghani Menhour<sup>2,1</sup>

<sup>1</sup> MINES ParisTech, PSL, Centre de Robotique, 60 boulevard Saint-Michel, 75006 Paris, France

<sup>2</sup> Université de Reims Champagne-Ardenne, IUT de Troyes, 9 rue du Québec, 10000 Troyes, France

{philip.polack, brigitte.dandrea-novel, arnaud.de\_la\_fortelle}@mines-paristech.fr  
lghani.menhour@univ-reims.fr

## Résumé

*Ce papier présente les différentes modélisations d'un véhicule afin d'élaborer une architecture de commande pour des véhicules autonomes dans le cadre des Systèmes de Transport Intelligents (STI). Cette architecture doit être cohérente avec la situation de conduite, notamment lors de situations d'urgence déclenchées par un événement difficilement prédictible par les moyens de perception (changement d'allure d'un piéton, changement brusque de manoeuvre d'un véhicule...).*

## Mots Clef

Véhicule autonome, cohérence du contrôle, manoeuvre d'urgence, Système de Transport Intelligent.

## Abstract

*This paper presents the different models of a vehicle in order to design a control architecture for autonomous vehicle in the context of Intelligent Transportation Systems (ITS). This architecture should be consistent with the driving situation, especially in the case of emergency situations entailed by an event difficult to predict with the means of perception (speed change of a pedestrian, sudden change of manoeuvre by a car...).*

## Keywords

Autonomous vehicles, control consistency, emergency maneuver, Intelligent Transportation System.

## 1 Introduction

Il existe une multitude de modèles de contrôle d'un véhicule que l'on peut utiliser en fonction de l'objectif que l'on cherche à réaliser. Dans le cadre des véhicules autonomes se déplaçant dans un environnement hautement incertain et à des vitesses élevées, on doit pouvoir s'assurer en permanence que l'on peut rester maître du véhicule. Par conséquent, les modèles simples de contrôle tels le modèle bicyclette à 3 degrés de liberté utilisés dans le contexte "CyberCar" à basse vitesse ne suffisent plus. En effet, le

contrôle doit être capable de mobiliser l'ensemble de la dynamique du véhicule afin de réaliser des manoeuvres d'urgence comme par exemple l'évitement de piéton en milieu urbain. Le modèle de contrôle doit ainsi s'adapter à la situation dans laquelle se trouve la voiture. C'est pourquoi, les futurs véhicules de la Chaire Drive for All<sup>1</sup> seront équipés d'une architecture de contrôle hybride, s'adaptant à la situation. Nous proposons donc ici de décrire les principaux modèles utilisés pour le contrôle, en soulignant leurs cas d'application ainsi que leurs limites. Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons à la modélisation des efforts pneumatiques qui sont la clé pour éviter le dérapage du véhicule et en garder une parfaite maîtrise.

## 2 Modélisation de la dynamique du véhicule

Nous allons présenter différentes modélisations de véhicules en partant des modèles les plus simples aux modèles les plus complets. Toutes les notations sont données en annexe. Ces modèles sont développés par exemple dans [17], [11] et [3].

### 2.1 Double intégrateur

C'est le modèle le plus simple où le véhicule est assimilé à un point matériel. Il est utilisé uniquement dans certains algorithmes de planification de trajectoire dans des soucis de rapidité de calcul (cf. [15]). Si on note  $x = (s, v)^T$  l'état du véhicule ( $s$  abscisse curviligne du véhicule et  $v$  sa vitesse) et  $u$  la variable de contrôle qui correspond à l'accélération du véhicule, on a alors le système suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax + Bu \quad (1)$$

avec  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

<sup>1</sup>. Chaire internationale MINES ParisTech - Peugeot-Citroën - Safran - Valeo sur l'automatisation de la conduite des véhicules terrestres, en partenariat avec UC Berkeley, EPFL, Shanghai Jiaotong et coordonnée par Arnaud de La Fortelle.

## 2.2 2 Degrés de Liberté

Il s'agit d'un modèle principalement utilisé pour faire du contrôle latéral où on suppose la vitesse longitudinale  $V_x$  constante. On assimile la voiture à une "bicyclette", c'est-à-dire que les deux roues avant et les deux roues arrière sont confondues en une roue virtuelle unique au milieu de l'essieu avant et arrière (cf. Figure 1) :

$$M_T(\dot{V}_y + \dot{\psi}V_x) = F_{yf} + F_{yr} \quad (2)$$

$$I_z\ddot{\psi} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \quad (3)$$

La variable de contrôle est l'angle de braquage au niveau de la roue avant  $\delta_f$  et de la roue arrière  $\delta_r$ . Ces angles s'expriment respectivement à travers les efforts  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  (cf. Section 3). Cependant la plupart du temps, seule la roue avant est dirigeable d'où  $\delta_r = 0$ . Par conséquent, nous ferons cette hypothèse jusqu'à la fin de cette section.

Afin de prendre en compte la variation de  $V_x$ , certains auteurs tels dans [14] utilisent ce modèle où  $V_x$  devient un paramètre du modèle qui varie de façon linéaire sur un intervalle de temps. On parle de système Linéaire à Paramètres Variants (LPV).

## 2.3 3 Degrés de Liberté

Ce modèle est également un modèle bicyclette. Par rapport au modèle à 2 DDL, on ajoute la possibilité de contrôler l'accélération longitudinale du véhicule  $a_x = \dot{V}_x - \dot{\psi}V_y$  :

$$M_T(\dot{V}_x - \dot{\psi}V_y) = F_{xf} + F_{xr} \quad (4)$$

$$M_T(\dot{V}_y + \dot{\psi}V_x) = F_{yf} + F_{yr} \quad (5)$$

$$I_z\ddot{\psi} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \quad (6)$$

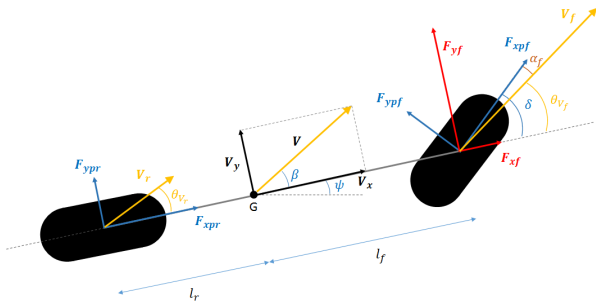


FIGURE 1 – Modèle bicyclette dynamique à 3DDL

Les variables de contrôle sont ici l'accélération longitudinale  $a_x$  du véhicule et l'angle de braquage avant  $\delta_f$  du véhicule. La première intervient au niveau des forces longitudinales : si  $a_x \geq 0$ ,  $F_{xf} = M_T a_x$  et  $F_{xr} = 0$  et si  $a_x < 0$ ,  $F_{xf} = F_{xr} = \frac{M_T}{2} a_x$ . La seconde variable de contrôle intervient par le biais des efforts latéraux  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$ .

Remarques :

- On a fait l'hypothèse que seule la roue avant est motrice.

- Dans les équations (2), (3), (4), (5) et (6), on a négligé les forces aérodynamiques ainsi que le poids du véhicule en cas de dévers ou de pente.

Ce type de modèle simple est adapté aux lignes droites ainsi qu'aux virages en cas de situation relativement certaine comme par exemple les autoroutes ou les voies express.

## 2.4 7 Degrés de Liberté

Dans ce modèle, on considère à nouveau le véhicule comme ayant 4 roues. On ajoute au modèle à 3 DDL précédent les équations de la dynamique des 4 roues. Pour la roue  $i$ , la dynamique s'écrit :

$$\dot{\omega}_i = \frac{C_{mi} - C_{fi} - F_{xpi} \times r_{eff}}{I_{ri}} \quad (7)$$

Les variables de contrôle sont les couples moteurs  $C_{mi}$  et les couples frein  $C_{fi}$  de chaque roue pour le contrôle longitudinal et l'angle de braquage  $\delta_i$  des deux roues avant pour le contrôle latéral<sup>2</sup>. La variable d'état s'écrit  $X = (V_x, V_y, \dot{\psi}, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)^T$ . Les couples moteur et frein interviennent non seulement dans l'équation (7) de la dynamique des roues mais également dans l'expression des forces longitudinales  $F_{xpi}$  dans le référentiel lié à la roue  $i$  via l'expression du taux de glissement longitudinal (cf. Section 3).

Ce type de modèle permet de prendre en compte directement la dynamique des roues et est ainsi mieux adapté à des situations de freinage d'urgence en empêchant le blocage des roues (système ABS pour Anti-Block System) et à des situations de perte d'adhérence de la chaussée (mouillée ou avec présence de verglas, graviers,...). Par conséquent, il sera particulièrement bien adapté aux contrôles de type Stop&Go qui consistent à suivre un véhicule pilote en maintenant une distance de sécurité ([1], [2] et [18]).

## 2.5 10 Degrés de Liberté

Le modèle à 10 DDL comprend en plus des 7 degrés de liberté du modèle précédent, la dynamique verticale du véhicule, c'est-à-dire les vitesses angulaires de roulis  $\theta$  et de tangage  $\phi$  ainsi que la vitesse verticale  $V_z$ . La variable d'état s'écrit donc  $X = (V_x, V_y, V_z, \theta, \phi, \dot{\psi}, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)^T$  :

$$M_T(\dot{V}_x - V_y\dot{\psi}) = \sum_{i=1}^4 F_{xi} + P_x(t) \quad (8)$$

$$- \frac{1}{2} \rho_{air} C_x S V_{aero}^2 \cos(\phi) + M_T g \sin(\phi - p_x)$$

$$M_T(\dot{V}_y - V_z\dot{\theta}) = \sum_{i=1}^4 F_{yi} + P_y(t) \quad (9)$$

$$- M_T g \sin(\theta - p_y) \cos(\phi - p_x)$$

2. En réalité, il s'agit des variables de contrôle principales car il y a un couplage entre les deux systèmes

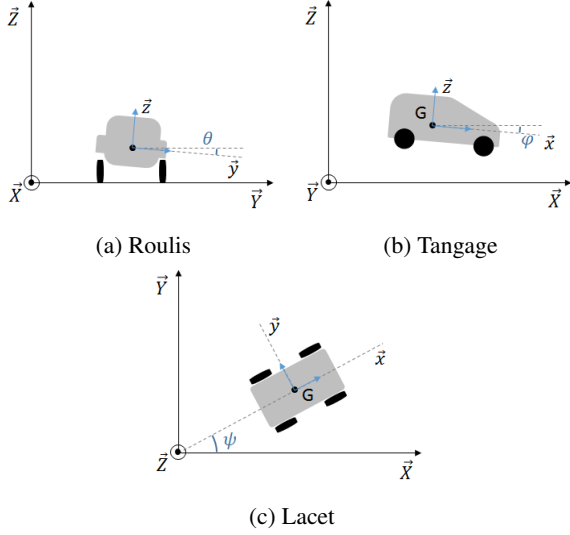


FIGURE 2 – Angles de roulis (2a), tangage (2b) et lacet (2c)

$$M_S(\dot{V}_z - V_x\dot{\phi}) = \sum_{i=1}^4 (F_i + A_i) + P_z(t) \quad (10)$$

$$+ \frac{1}{2}\rho_{air}C_xSV_{aero}^2 \sin(\phi)$$

$$- M_Sg \cos(\theta - p_y) \cos(\phi - p_x)$$

$$I_x\ddot{\theta} = l_1F_1 - l_2F_2 + l_3F_3 - l_4F_4 \quad (11)$$

$$+ l_1A_1 - l_2A_2 + l_3A_3 - l_4A_4 + \sum_{i=1}^4 h_iF_{yi}$$

$$+ (l_1 + l_2)F_{bad\_avt} + (l_3 + l_4)F_{bad\_arr}$$

$$- (n - z_{cg})P_y(t) + mP_z(t) + M_x(t)$$

$$I_y\ddot{\phi} = -L_1F_1 - L_2F_2 + L_3F_3 + L_4F_4 \quad (12)$$

$$- L_1A_1 - L_2A_2 + L_3A_3 + L_4A_4$$

$$- \sum_{i=1}^4 h_iF_{xi} + \frac{1}{2}\rho_{air}z_G C_x SV_{aero}^2$$

$$- (l - x_{cg})P_z(t) + (n - z_{cg})P_x(t) + M_y(t)$$

$$I_z\ddot{\psi} = L_1F_{y1} + L_2F_{y2} - L_3F_{y3} - L_4F_{y4} \quad (13)$$

$$- l_1F_{x1} + l_2F_{x2} - l_3F_{x3} + l_4F_{x4}$$

$$+ \sum_{i=1}^4 C_{zi} - mP_x(t) + (l - x_{cg})P_y(t) + M_z(t)$$

Pour chaque roue  $i = 1..4$  :

$$\dot{\omega}_i = \frac{C_{mi} - C_{fi} - F_{xpi} \times r_{eff}}{I_{ri}} \quad (14)$$

Pour chaque sous-système suspension-masse non suspendue  $i = 1..4$  :

$$F_{zi} = F_i + A_i + F_{badi} + m_{ri}g \quad (15)$$

Les variables de contrôle sont les mêmes que précédemment auxquelles on peut ajouter les forces de suspension  $F_i$  de chaque roue<sup>3</sup>.

Remarque : comme dans les cas précédents, on néglige le plus souvent les forces aérodynamiques, la pente, le dévers ainsi que les moments et forces des perturbations extérieures.

Ce modèle permet à la fois de réaliser un simulateur permettant d'obtenir un premier niveau de réalisme satisfaisant mais aussi d'élaborer des lois de commande intégrant un premier niveau de confort des passagers. Il permet de prendre en compte les phénomènes de couplage liés au transfert de masse. Par conséquent, il est particulièrement adapté aux virages à faible rayon de courbure, notamment à vitesse élevée pour assurer la stabilité du véhicule (et éviter le tonneau) et pour assurer le confort des passagers.

## 2.6 14 Degrés de Liberté

Le modèle à 14 DDL est un modèle à 10 DDL auquel on ajoute les débattements<sup>4</sup>  $z_{ai} = z_G - z_{ri}$  de chacune des 4 roues :

$$M_T(\dot{V}_x + V_z\dot{\phi} - V_y\dot{\psi}) = \sum_{i=1}^4 F_{xi} + P_x(t) \quad (16)$$

$$- \frac{1}{2}\rho_{air}C_xSV_{aero}^2 \cos(\phi)$$

$$+ M_Tg \sin(\phi - p_x)$$

$$M_T(\dot{V}_y + V_x\dot{\psi} - V_z\dot{\theta}) = \sum_{i=1}^4 F_{yi} + P_y(t) \quad (17)$$

$$- M_Tg \sin(\theta - p_y) \cos(\phi - p_x)$$

$$M_S(\dot{V}_z + V_y\dot{\theta} - V_x\dot{\phi}) = \sum_{i=1}^4 (F_i + A_i) + P_z(t) \quad (18)$$

$$+ \frac{1}{2}\rho_{air}C_xSV_{aero}^2 \sin(\phi)$$

$$- M_Sg \cos(\theta - p_y) \cos(\phi - p_x)$$

$$I_x\ddot{\theta} = l_1F_1 - l_2F_2 + l_3F_3 - l_4F_4 \quad (19)$$

$$+ l_1A_1 - l_2A_2 + l_3A_3 - l_4A_4$$

$$+ \sum_{i=1}^4 h_iF_{yi} + (l_1 + l_2)F_{bad\_avt}$$

$$+ (l_3 + l_4)F_{bad\_arr} + (I_y - I_z)\dot{\phi}\dot{\psi}$$

$$+ \sum_{i=1}^4 (z_G - z_{ri})m_{ri}(V_x\dot{\psi} - V_z\dot{\theta})$$

$$- (n - z_{cg})P_y(t) + mP_z(t) + M_x(t)$$

$$I_y\ddot{\phi} = -L_1F_1 - L_2F_2 + L_3F_3 + L_4F_4 \quad (20)$$

3. L'angle de braquage (resp. l'accélération/décélération longitudinale) permet également de contrôler indirectement le roulis (resp. le tangage)

4. Intervalle entre la caisse d'une voiture et l'essieu

$$\begin{aligned}
& - L_1 A_1 - L_2 A_2 + L_3 A_3 + L_4 A_4 \\
& - \sum_{i=1}^4 h_i F_{xi} + (I_z - I_x) \dot{\theta} \dot{\psi} \\
& + \sum_{i=1}^4 (z_{ri} - z_G) m_{ri} (V_z \dot{\phi} - V_y \dot{\psi}) \\
& + \frac{1}{2} \rho_{air} z_G C_x S V_{aero}^2 - (l - x_{cg}) P_z(t) \\
& + (n - z_{cg}) P_x(t) + M_y(t) \\
I_z \ddot{\psi} &= L_1 F_{y1} + L_2 F_{y2} - L_3 F_{y3} - L_4 F_{y4} \quad (21) \\
& - l_1 F_{x1} + l_2 F_{x2} - l_3 F_{x3} + l_4 F_{x4} \\
& + \sum_{i=1}^4 C_{zi} \cos(\gamma) \cos(\theta) \cos(\phi) + (I_x - I_y) \dot{\theta} \dot{\phi} \\
& + \left( \sum_{i=1}^2 (L_i) m_{ri} - \sum_{i=3}^4 (L_i) m_{ri} \right) V_x \dot{\psi} \\
& - m P_x(t) + (l - x_{cg}) P_y(t) + M_z(t)
\end{aligned}$$

Pour chaque roue  $i$  :

$$\dot{\omega}_i = \frac{C_{mi} - (C_{fi} - C_{zi} \sin(\gamma_i)) - F_{xpi} \times r_{eff}}{I_{ri}} \quad (22)$$

Pour chaque sous-système suspension-masse non suspendue  $i = 1..4$  (cf. Figure 3) :

$$\begin{aligned}
m_{ri} \ddot{z}_{ri} &= -m_{ri} g \cos(\theta) \cos(\phi) - F_i - A_i - F_{badi} \\
& + F_{zi} \cos(\theta) \cos(\phi) \quad (23)
\end{aligned}$$

Les efforts de charge aux roues  $F_{zi}$  sont donnés par :

$$F_{zi} = k_p (r_{l,i} - r_{eff,i}) \quad i = 1..4 \quad (24)$$

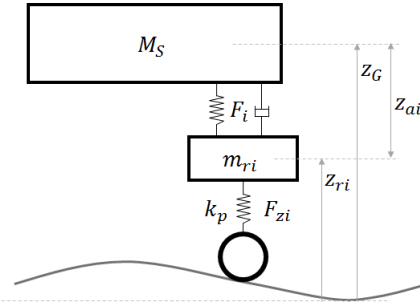


FIGURE 3 – Modélisation de la suspension du véhicule

Les variables de contrôle sont les mêmes que dans le modèle à 10 DDL. Les variables d'état sont  $X = (V_x, V_y, V_z, \theta, \phi, \psi, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \dot{r}_{eff,1}, \dot{r}_{eff,2}, \dot{r}_{eff,3}, \dot{r}_{eff,4})^T$ .

Ce type de modèle, le plus complet, permet en plus du modèle précédent d'intégrer un niveau de confort supplémentaire grâce à l'ajustement des suspensions ([3], [4], [5], [6] et [7]). Il permet également dans les cas d'urgence d'assurer un meilleur contrôle du véhicule grâce à l'activation de la suspension. Ce modèle est particulièrement bien adapté pour la création d'un simulateur afin de modéliser le comportement du véhicule pour pouvoir tester les algorithmes de contrôle.

## 2.7 Approche Sans Modèle

Lorsqu'il est trop difficile de renseigner les différents modèles présentés précédemment (état incertain de la route, paramètres inertiels et pneumatiques inconnus...), nous pouvons recourir à une approche de commande sans modèle (cf. [10]). Cette méthode consiste à exprimer la sortie du système  $y$  par rapport à la variable de contrôle  $u$  à l'aide d'une relation ultra-locale très simple de type  $y^{(\nu)} = F + \alpha u$  où  $\nu$  vaut 1 ou 2. La valeur de  $F$  n'est pas connue mais va être estimée à partir des valeurs d'entrée appliquées  $u$  et de sortie obtenues  $y$  via la méthode ALIEN (cf. [8] et [9]). La valeur de  $\alpha$  est choisie par l'utilisateur de sorte que  $F$  et  $\alpha u$  soient du même ordre de grandeur. On utilise ensuite un contrôleur intelligent iPID, iPD, iPI ou iP pour calculer la commande à appliquer. Cette approche a été utilisée pour le contrôle d'un véhicule dans [12] et [13] et a donné des résultats très prometteurs. Elle possède deux avantages majeurs :

- L'absence d'identification des valeurs des paramètres du véhicule tels  $l_f, l_r, M_T$  et des caractéristiques du pneu qui sont souvent difficiles à obtenir.
- La prise en compte d'une part de toutes les dynamiques du véhicule, notamment celles non modélisées auparavant, et d'autre part des perturbations externes comme le vent, la pente, le dévers.

### Estimation de $F$

En utilisant la méthode ALIEN, on peut estimer la valeur de  $F$  sur un intervalle  $[t - T; t]$ , où elle est supposée constante et égale à  $\hat{F}$ , à partir des valeurs de  $u$  appliquées et  $y$  obtenues sur ce même intervalle. On parle de modèle ultra-local valable uniquement sur l'intervalle  $[t - T; t]$  où  $T$  est très court, typiquement  $T = 200$  ms. Par exemple, pour  $\nu = 1$ , on a l'implémentation numérique suivante (en supposant que  $y$  et  $u$  sont stockés dans des mémoires tampon de durée  $T$ ) :

$$\hat{F} = -\frac{6}{T} \int_0^T [(T - 2\tau)y(\tau) + \alpha\tau(T - \tau)u(\tau)] d\tau \quad (25)$$

### Choix du contrôleur

Une fois la valeur de  $F$  estimée, on obtient le nouveau contrôle  $u$  à appliquer à l'aide d'un contrôleur intelligent dont les expressions sont données dans les Tables 1 et 2. Les coefficients  $K_P, K_D$  et  $K_I$  sont des paramètres du contrôleur,  $y_r$  est la valeur de référence pour la sortie et  $e = y - y_r$  représente l'erreur entre la sortie obtenue et la sortie de référence.

Equation du 1er ordre ( $\nu = 1$ )	
iPI	$u = -\frac{\hat{F} - \dot{y}_r + K_P e + K_I \int e dt}{\alpha}$
iP	$u = -\frac{\hat{F} - \dot{y}_r + K_P e}{\alpha}$

TABLE 1 – Contrôleurs intelligents pour modèle d'ordre 1

Equation du 2nd ordre ( $\nu = 2$ )	
iPID	$u = -\frac{\widehat{F} - \ddot{y}_r + K_P e + K_D \dot{e} + K_I \int e dt}{\alpha}$
iPD	$u = -\frac{\widehat{F} - \ddot{y}_r + K_P e + K_D \dot{e}}{\alpha}$

TABLE 2 – Contrôleurs intelligents pour modèle d'ordre 2

### 3 Modélisation des pneumatiques

Les modélisations du comportement dynamique d'un véhicule vues précédemment dans la Section 2 font appel aux efforts pneumatiques, c'est-à-dire les forces qu'exerce la route sur les roues, exprimés dans le référentiel lié au véhicule, soit  $F_{xf}$ ,  $F_{xr}$ ,  $F_{xi}$ ,  $F_{yf}$ ,  $F_{yr}$  et  $F_{yi}$ . Par conséquent, il va falloir modéliser ces forces. Pour cela, divers modèles statiques présentés dans cette Section permettent d'exprimer ces forces dans le référentiel lié à la roue, soit  $F_{xpf}$ ,  $F_{xpr}$ ,  $F_{xpi}$ ,  $F_{ypf}$ ,  $F_{ypr}$  et  $F_{ypi}$ , en fonction de paramètres du véhicule, de l'état du système, et des variables de contrôle. Ensuite, le changement de référentiel suivant permettra d'obtenir l'expression de ces forces dans le référentiel lié au véhicule :

$$\begin{aligned}
F_{xi} &= (F_{xpi} \cos \delta_i - F_{ypi} \sin \delta_i) \cos \phi - F_{zi} \sin \phi \quad (26) \\
F_{yi} &= (F_{xpi} \cos \delta_i - F_{ypi} \sin \delta_i) \sin \theta \sin \phi \quad (27) \\
&+ (F_{ypi} \cos \delta_i + F_{xpi} \sin \delta_i) \cos \theta \\
&- F_{zi} \sin \theta \cos \phi
\end{aligned}$$

Dans le cas des modèles à 7 DDL et moins, les expressions de changement de référentiel se simplifient en :

$$F_{xi} = F_{xpi} \cos \delta_i - F_{ypi} \sin \delta_i \quad (28)$$

$$F_{yi} = F_{xpi} \sin \delta_i + F_{ypi} \cos \delta_i \quad (29)$$

Remarque : les équations (28) et (29) mettent en avant l'existence d'un couplage entre les variables de contrôle longitudinal et latéral.

Les résultats expérimentaux montrent que la force longitudinale exercée par la route sur le pneu  $i$  exprimée dans le repère du pneumatique  $F_{xpi}$  dépend du taux de glissement longitudinal  $\tau_{x,i}$  de la roue  $i$ , de la force de réaction normale  $F_{zi}$  de la route sur le pneu et du coefficient de frottement de la route  $\mu$ . La force latérale exercée par la route sur le pneu  $i$  exprimée dans le repère du pneumatique  $F_{ypi}$  dépend quant à elle de l'angle de dérive  $\alpha_i$  au niveau de la roue  $i$ , de la force de réaction normale  $F_{zi}$  de la route sur le pneu et du coefficient de frottement de la route  $\mu$  (cf. [17]).

La plupart des modélisations de pneumatique utilisées considèrent essentiellement la force longitudinale comme une fonction du taux de glissement longitudinal uniquement et la force latérale comme fonction de l'angle de dérive. Par conséquent, les forces longitudinales et latérales s'exerçant sur le pneu de la roue  $i$  sont fortement influencées respectivement par le couple moteur  $C_{mi}$  et le

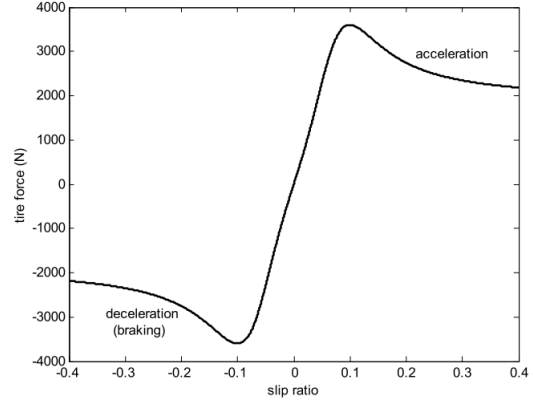


FIGURE 4 – Force longitudinale en fonction du taux de glissement longitudinal

couple frein  $C_{fi}$  pour  $F_{xpi}$  et par l'angle de braquage  $\delta_i$  pour  $F_{ypi}$ .

En effet, pour  $F_{xp}$ , le taux de glissement longitudinal s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\text{— Phase de propulsion : } \tau_x &= \frac{r_{eff}\omega - V_x}{r_{eff}\omega} \\
\text{— Phase de freinage : } \tau_x &= \frac{r_{eff}\omega - V_x}{|V_x|}
\end{aligned}$$

Or, la vitesse angulaire  $\omega$  de la roue est liée à son couple moteur  $C_m$  et couple frein  $C_f$  à travers l'équation de la dynamique des roues.

Pour  $F_{yp}$ , l'angle de dérive, défini comme l'angle entre l'orientation des roues et l'orientation du vecteur vitesse au niveau des roues, s'exprime en fonction de l'angle de braquage de la roue de façon simple à travers la relation suivante :

$$\alpha_i = \delta_i - \theta_{V_i} \quad (30)$$

où  $\theta_{V_i}$  représente l'angle entre le vecteur vitesse du pneu  $i$  et l'axe longitudinal du véhicule :

$$\tan(\theta_{V_i}) = \frac{V_y \pm l_f \dot{\psi}}{V_x \pm \frac{L_w}{2} \dot{\psi}} \quad (31)$$

Le signe  $\pm$  dépend de la roue  $i$  considérée et  $L_w$  désigne la voie du véhicule<sup>5</sup> (supposée nulle dans le cas d'un modèle bicyclette).

Remarque : l'angle  $\theta_{V_i}$  n'est pas défini si la vitesse du véhicule est nulle. Par conséquent, l'angle de dérive  $\alpha_i$  ne l'est pas non plus si bien que les modèles dynamiques utilisant un modèle de pneu faisant appel à l'angle de dérive ne peuvent pas être utilisés à vitesse nulle.

#### 3.1 Modèle Linéaire

On observe que pour un taux de glissement longitudinal  $\tau_x$  faible, la force longitudinale exercée par le pneu est proportionnelle à celui-ci (cf. Figure 4). De même, pour un angle

5. Distance entre les deux roues d'un même essieu

de dérive  $\alpha$  faible, la force latérale exercée par le pneu est proportionnelle à celui-ci :

$$F_{xpi} = C_{\tau_i} \tau_{x,i} \quad (32)$$

$$F_{ypi} = C_{\alpha_i} \alpha_i \quad (33)$$

où  $C_{\tau_i}$  est le coefficient de rigidité longitudinal du pneu  $i$  et  $C_{\alpha_i}$  le coefficient de rigidité de dérive du pneu  $i$ .

Ce modèle est donc adapté aux situations où le glissement est faible (chaussée sèche, bonne adhérence de la route) et les dérives pneumatiques faibles (ligne droite, virage à grand rayon de courbure)

### 3.2 Modèle de Pacejka

Le modèle de Pacejka est un modèle dit hybride dans la mesure où il a été établi à partir de lois physiques en supposant une répartition parabolique des forces sur la zone de contact pneu/sol mais en se fondant également sur des observations phénoménologiques obtenues à partir de résultats d'essais. Ainsi, il s'agit d'un compromis entre un temps de calcul assez rapide et une précision acceptable.

Le modèle de Pacejka, décrit dans [16], consiste à modéliser les forces exercées par la route sur le pneu en fonction de l'entrée correspondante indiquée dans la Table 3.

Sortie	Entrée
$F_{yp}$	$\alpha$ (angle de dérive)
$F_{xp}$	$\tau_x$ (taux de glissement longitudinal)

TABLE 3 – Variables de sortie et entrée associées par le modèle de Pacejka

Si on note  $Y$  la sortie et  $X$  l'entrée du modèle, on a alors la relation suivante  $Y(X) = y(X - S_h) + S_v$  avec

$$y(x) = D \sin[C \arctan(Bx - E(Bx - \arctan(Bx)))] \quad (34)$$

$B$  est appelé le coefficient de rigidité,  $C$  le coefficient de forme,  $D$  est la valeur maximale atteinte par  $y$ ,  $E$  est le facteur de courbure,  $S_h$  le décalage horizontal et  $S_v$  le décalage vertical.

Les différentes constantes peuvent être obtenues à partir de la courbe  $Y$  en fonction de  $X$  obtenue expérimentalement en procédant de la manière suivante :

1.  $D$  représente la plus grande valeur que peut prendre la sortie ;
2.  $C = 2 - \frac{2}{\pi} \arcsin(\frac{y_s}{D})$  où  $y_s$  est la valeur asymptotique de  $y$  ;
3.  $B$  est déterminé à l'aide de la pente à l'origine qui vaut  $BCD$  ;
4.  $E = \frac{Bx_m - \tan(\frac{\pi}{2C})}{Bx_m - \arctan(Bx_m)}$  où  $x_m$  représente la valeur de  $x$  où le maximum a lieu, c'est-à-dire  $y(x_m) = D$ .

En réalité, ces "constantes" dépendent du coefficient de frottement  $\mu$  et de la réaction normale du sol  $F_z$  sur le pneu.

Par conséquent, le modèle de Pacejka est mieux adapté aux situations où il risque d'y avoir du glissement (freinage d'urgence, adhérence de la route faible) et du dérapage (virage à faible rayon de courbure) que le modèle linéaire. En revanche, pour prendre en compte un changement d'adhérence de la route (et donc du coefficient de frottement  $\mu$ ) ou de la répartition de la masse (et donc des forces  $F_{zi}$ ), il faut utilisée une expression détaillée des coefficients  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$  de l'équation (34) en fonction du coefficient de frottement  $\mu$ , des forces normales  $F_{zi}$  et de l'angle de carrossage  $\gamma_c$  (voir par exemple [11] ou [17, chap. 13]).

### 3.3 Modèle de Dugoff

Ce modèle analytique est moins réaliste que le modèle de Pacejka car il suppose une répartition des forces uniformes sur la zone de contact pneu/sol.

Les équations du modèle sont les suivantes :

$$F_{xpi} = C_{\tau_i} \frac{\tau_{x,i}}{1 - \tau_{x,i}} f(\lambda_i) \quad (35)$$

$$F_{ypi} = C_{\alpha_i} \frac{\tan(\alpha_i)}{1 - \tau_{x,i}} f(\lambda_i) \quad (36)$$

$$\text{avec } \lambda_i = \frac{\mu F_{zi} (1 + \tau_{x,i})}{2\sqrt{(C_{\tau_i} \tau_{x,i})^2 + (C_{\alpha_i} \tan(\alpha_i))^2}}$$

$$f(\lambda) = \begin{cases} (2 - \lambda)\lambda & \text{si } \lambda < 1 \\ 1 & \text{si } \lambda \geq 1 \end{cases} \quad (37)$$

Ce modèle, quoique moins réaliste que le modèle de Pacejka, est plus adapté en cas de changement de coefficient d'adhérence (changement de revêtement de la chaussée, conditions météorologiques) ou de changement de répartition de la masse du véhicule, c'est-à-dire des forces normales  $F_z$  (virage serré, manœuvres d'urgence).

## 4 Conclusion

Dans le cadre de la voiture autonome, la priorité du contrôle est d'assurer la stabilité et la sécurité du véhicule afin de protéger non seulement les passagers mais aussi son environnement. Alors que les modèles simples comme les modèles à 2, 3 ou 7 degrés de liberté suffisent dans la grande majorité des cas (ligne droite, virage), des modèles plus fins de contrôle, prenant en compte l'ensemble de la dynamique du véhicule devront être utilisés afin de réaliser des manœuvres d'urgence. Il est en effet impossible de tout prévoir quand on évolue dans un environnement hautement incertain tel que le milieu urbain par exemple (trajectoire du piéton difficile à prédire). Des modèles plus fins, comprenant notamment le débattement des roues, peuvent également servir à assurer un plus grand confort aux passagers (cf. [3] et [6]). Une bonne modélisation des pneus est également essentielle afin de pousser le véhicule jusqu'à la limite du dérapage (sans jamais la dépasser) en cas d'urgence pour assurer la sécurité du conducteur et des environnants (cf. [19]). Enfin, lorsque la situation de conduite

devient très difficile à modéliser (état de la route, adhérence difficiles à estimer, pente, dévers non négligeables...), une approche de type "commande sans modèle" pourrait alors être envisagée comme dans [10], [12] et [13].

	3 DDL	7 DDL	10 DDL	14 DDL
Autoroute	-/++	++	+	+
Trafic urbain	++	+/++	++	+
Route sinueuse ( $V_x$ faible)	-	++	++	+
Route sinueuse ( $V_x$ élevée)	--	-	++	++
Manœuvre d'urgence	--	-	++	+
Sécurité	-	++	++	+
Confort	-	-	(++)	++

TABLE 4 – Cohérence entre la situation de vie et le modèle dynamique du véhicule utilisé (++ : très approprié ; + : trop complexe ; - : trop simpliste ; -- : inapproprié ; (++) : approprié mais moins réalistes)

	Linéaire	Pacejka simple	Pacejka détaillé	Dugoff
Autoroute	-/++	++	+/++	+/++
Trafic urbain	++	+/++	+	+/++
Route sinueuse ( $V_x$ faible)	-/++	++	+/++	(++)
Route sinueuse ( $V_x$ élevée)	--	-	++	(++)
Perte d'adhérence	--	--	++	(++)
Manœuvre d'urgence	--	-	++	(++)

TABLE 5 – Cohérence entre la situation de vie et le modèle pneumatique utilisé (même légende que la Table 4)

La Table 4 résume à titre indicatif<sup>6</sup> la cohérence entre les différents modèles dynamiques et la situation où se trouve le véhicule. De même, la Table 5 montre la cohérence avec le modèle de pneumatique choisi. Notons que pour les manœuvres à très basse vitesse nécessitant une grande précision, tels le parking ou le demi-tour, voire le franchissement d'une rue ou d'un pont étroit, un modèle cinématique du véhicule est plus approprié qu'un modèle dynamique.

Après avoir établi différentes lois de commande adaptées à la situation de conduite, se pose alors le problème de la stabilité du passage de l'une à l'autre pour assurer à tout moment la sécurité des passagers.

## Remerciement

Les auteurs souhaitent remercier la *Chaire internationale MINES ParisTech - Peugeot-Citroën - Safran - Valeo* sur

6. En réalité, il est très difficile de faire une liste exhaustive car le choix du modèle est multi-factoriel. Par exemple, pour la situation "autoroute", le choix du modèle dépend également, entre autres, de l'état de la chaussée, du trafic, de l'état des pneus, de la charge du véhicule et surtout du choix de pneumatique associé.

*l'automatisation de la conduite des véhicules terrestres* pour la contribution au financement de ces travaux de recherche.

## Annexe

Notations pour les modèles de véhicule :

- $\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta$  : Accélération, vitesse et angle de roulis
- $\ddot{\phi}, \dot{\phi}, \phi$  : Accélération, vitesse et angle de tangage
- $\ddot{\psi}, \dot{\psi}, \psi$  : Accélération, vitesse et angle de lacet
- $\dot{V}_x, V_x$  : Dérivée de la vitesse longitudinale et vitesse longitudinale du centre de gravité du véhicule dans le référentiel véhicule
- $\dot{V}_y, V_y$  : Dérivée de la vitesse latérale et vitesse latérale du centre de gravité du véhicule dans le référentiel véhicule
- $\dot{V}_z, V_z$  : Dérivée de la vitesse verticale et vitesse verticale du centre de gravité du véhicule dans le référentiel véhicule
- $M_T$  : Masse totale du véhicule
- $M_S$  : Masse suspendue du véhicule
- $m_{ri}$  : Masses des roues
- $I_x, I_y, I_z$  : Inerties du véhicule autour des axes  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  dans le référentiel véhicule
- $I_{ri}$  : Inertie de la roue  $i$  par rapport à l'axe  $\vec{y}_p$  dans le référentiel pneumatique
- $C_{mi}$  : Couple moteur appliqué à la roue  $i$
- $C_{fi}$  : Couple de freinage appliqué à la roue  $i$
- $C_{zi}$  : Couple d'auto-alignement de la roue  $i$
- $F_{xf}, F_{xr}$  : Efforts longitudinaux dus respectivement aux pneumatiques avant et arrière exprimés dans le référentiel véhicule
- $F_{yf}, F_{yr}$  : Efforts latéraux dus respectivement aux pneumatiques avant et arrière exprimés dans le référentiel véhicule
- $F_{xi}$  : Effort longitudinal dû aux pneumatiques de la roue  $i$  exprimé dans le référentiel véhicule
- $F_{xpi}$  : Effort longitudinal dû aux pneumatiques de la roue  $i$  exprimé dans le référentiel pneumatique
- $F_{yi}$  : Effort latéral dû aux pneumatiques de la roue  $i$  exprimé dans le référentiel véhicule
- $F_{ypi}$  : Effort latéral dû aux pneumatiques de la roue  $i$  exprimé dans le référentiel pneumatique
- $F_{zi}$  : Effort de charge à la roue  $i$  du véhicules
- $F_i$  : Effort de suspension à la roue  $i$
- $F_{badi}$  : Effort des barres anti-devers sur la roue  $i$
- $A_i$  : Efforts de liaison suivant l'axe  $\vec{z}$  du véhicule
- $L_i, l_i$  : Demi-empattement, demi-voie du véhicule pour chaque roue  $i$
- $l_f, l_r$  : Distance entre le centre de gravité et respectivement la roue avant et arrière du véhicule
- $h_i$  : Bras de levier
- $z_{ai}$  : Débattements des suspensions du véhicule
- $z_{ri}$  : Position des roues selon l'axe  $\vec{z}$  dans le référentiel global
- $z_G$  : Position du centre de gravité du châssis selon l'axe  $\vec{z}$  dans le référentiel global



$\dot{\omega}_i, \omega_i :$	Accélération et vitesse angulaire des roues autour de l'axe $\vec{y}_p$ dans le référentiel pneumatique
$r_l :$	Rayon libre des roues (sans charge)
$r_{eff} :$	Rayon sous charge des roues du véhicule
$k_p :$	Coefficient de raideur radial du pneumatique
$\gamma_i :$	Angle de carrossage des roues
$p_x, p_y :$	Pente et dévers de la route
$g :$	Constante de gravité
$M_x(t),$ $M_y(t),$ $M_z(t) :$	Composantes suivant $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ de l'effort de perturbation extérieure supposé nul
$P_x(t),$ $P_y(t),$ $P_z(t) :$	Composantes suivant $o\vec{x}, o\vec{y}, o\vec{z}$ du moment de la perturbation extérieure supposé nul

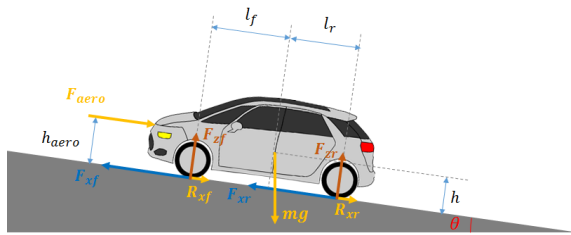


FIGURE 5 – Forces qui s'exercent sur le véhicule

Notations pour les modèles de pneumatique :

$C_{\tau_i} :$	Coefficient de rigidité longitudinal du pneu $i$
$C_{\alpha_i} :$	Coefficient de rigidité de dérive du pneu $i$
$\tau_{x,i} :$	Taux de glissement longitudinal du pneu $i$
$\alpha_i :$	Angle de dérive de la roue $i$
$\theta_{V_i} :$	Angle entre le vecteur vitesse du pneu $i$ et l'axe longitudinal du véhicule
$\delta_i :$	Angle de braquage de la roue $i$
$F_{zi} :$	Force de réaction normale au niveau de la roue $i$
$\mu :$	Coefficient de frottement de la route

## Références

- [1] S. Choi, *Estimation et Contrôle pour le pilotage automatique de véhicule : Stop&Go et Parking automatique*, Thèse École des Mines de Paris, 2010.
- [2] S. Choi, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess, H. Mounier et J. Villagra, Model-free control of automotive engine and brake for Stop-and-Go scenario, *Proc. ECC09 Conference, Budapest*, 2009
- [3] H. Chou, *Contribution au Contrôle Global de Châssis*, Thèse École des Mines de Paris, 2002.
- [4] H. Chou, B. d'Andréa-Novel, Global vehicle control using differential braking torques and active suspension forces, *Vehicle Systems Dynamics*, Vol. 43, pp. 261-284, 2005.
- [5] S. Fergani, L. Menhour, O. Sename, L. Dugard et B. d'Andréa-Novel, Study and comparison of nonlinear and LPV control approaches for vehicle stability control, *Proc. of the IEEE MED Conference, Crete, Greece*, 2013.
- [6] S. Fergani, L. Menhour, O. Sename, L. Dugard et B. d'Andréa-Novel, A new LPV/ $H_\infty$  semi-active suspension control strategy with performance adaptation to roll behavior based on nonlinear algebraic road profile estimation, *Proc. of the CDC 2013, Firenze, Italy*, pp. 3511-3516, 2013.
- [7] S. Fergani, O. Sename et L. Dugard, An LP V /  $H_\infty$  integrated Vehicle Dynamic Controller, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016.
- [8] M. Fliess et H.Sira-Ramírez, An Algebraic Framework for Linear Identification, *ESAIM Control, Optimisation and Calculus of Variations*, Vol. 16, pp. 176-193, 2003.
- [9] M. Fliess et H.Sira-Ramírez, *Identification of Continuous-time Models from Sampled Data*, Springer, pp. 362-391, 2008.
- [10] M. Fliess et C. Join, Model-free control, *International Journal of Control*, Vol. 86, pp. 2228-2252, 2013.
- [11] L. Menhour et B. d'Andréa-Novel, Survey and contributions in vehicle modeling and estimation (rapport pour le projet ANR INOVE), 2011.
- [12] L. Menhour, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess et H. Mounier, Multivariable decoupled longitudinal and lateral vehicle control : A model-free design, *Proc. of the CDC 2013, Firenze, Italy*, pp. 2834-2839, 2013.
- [13] L. Menhour, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess, D. Gruyer et H. Mounier, A new model-free design for vehicle control and its validation through an advanced simulation platform, *Proc. of the ECC 2015, Linz, Austria*, 2015.
- [14] L. Menhour, D. Lechner, A. Charara, Two degrees of freedom PID multi-controllers to design a mathematical driver model : experimental validation and robustness tests, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 49(4), pp. 595-624, 2011
- [15] J. Nilsson, M. Brännström, E. Coelingh et Jonas Fredriksson, Longitudinal and lateral control for automated lane change maneuvers, *American Control Conference*, pp. 1399-1404, 2015.
- [16] H. Pacejka et J. Besselink, Magic Formula Tyre Model with Transient, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 27, pp. 234-249, 1997.
- [17] R. Rajamani, *Vehicle Dynamics and Control*, Springer, 2012.
- [18] J. Villagra, B. d'Andréa-Novel, S. Choi, M. Fliess et H. Mounier, Robust Stop and Go control strategy : an algebraic approach for nonlinear estimation and control, *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, Vol. 7, 2009.
- [19] J. Villagra, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess et H. Mounier, An algebraic approach for maximum friction estimation, *Proc. of the 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2010), Bologna*, 2010.