

# Fusion de géodésiques pour l'extraction d'une courbe représentant une chaîne de polymère

S.Rahmoun<sup>1</sup>, F.Mairesse<sup>1</sup>, H.Uji-i<sup>2</sup>, J.Hofkens<sup>2</sup>, T.Sliwa<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Le2i - UMR CNRS 6306, Université de Bourgogne,

Route des Plaines de l'Yonne, BP 16, 89010 Auxerre, France

<sup>2</sup> Université catholique de Louvain, Département de Chimie, B-3001 Heverlee, Belgique

<sup>1</sup> {somia.rahmoun, fabrice.mairesse, tadeusz.sliwa}@u-bourgogne.fr

<sup>2</sup> {hiroshi.ujii, johan.hofkens}@chem.kuleuven.be

## Résumé

Dans le domaine moléculaire, Les chercheurs étudient la dynamique des polymères par microscopie : différentes mesures telle que longueur et courbure sont calculées. Pour que ces mesures soient correctes, ils ont besoin d'extraire la courbe représentant au mieux la forme du polymère. A l'acquisition, le polymère se présente comme une courbe épaisse en niveaux de gris, floue et bruitée. Nous proposons dans ce papier une méthode automatique pour l'extraction de la courbe représentant au mieux le polymère. Ce matériau adopte un mouvement reptilien appelé "Reptation". Il peut donc s'auto-intersecter et donner différentes géométries complexes. Pour représenter de manière efficace le polymère quelque soit sa géométrie, nous générons la courbe en la calculant par morceaux : Nous considérons différentes géodésiques, chacune parcourant une partie distincte de la forme. En les fusionnant, nous arrivons à obtenir la courbe entière. Pour maintenir la bonne orientation de la courbe, la fusion est considérée comme un problème de parcours de graphe. Des résultats prometteurs montrent que la courbe extraite représente correctement la forme et peut être utilisée pour l'étude des polymères.

## Mots Clef

Analyse d'images moléculaires, analyse de formes, extraction de formes, courbes en niveaux de gris, opérations morphologiques, fusion de géodésiques.

## Abstract

Polymer reptation are visualized and studied by microscopy, researchers study their dynamic and make several measurements. To achieve correct analysis they need to extract the curve representing as good as possible the observed polymer shape which is a grayscale thick curve with noise and blur. We propose, in this paper, a method to extract such a curve. The polymer move in a snake-like fashion. It can self-intersect and form several complex geometries. To efficiently extract the different geometries, we generate the curve by computing a piecewise centerline browsing the shape by geodesics : each shape gives a set

of separate geodesics. By fusion, we obtain the complete curve traveling the shape. To keep the correct curve orientation, the fusion is considered as a graph traversal problem. Promising results show that the extracted curve correctly represents the shape and can be used for polymer study.

## keywords

Molecular image analysis, shape analysis, shape extraction, grayscale curves, morphological operations, geodesics fusion.

## 1 Introduction

Dans le domaine moléculaire, les polymères [21] sont observés et étudiés par microscopie [8, 14, 18]. Les formes obtenues sont souvent imprécises en raison de l'effet de convolution et/ou de diffraction de l'acquisition microscopique [21]. Par conséquent, le polymère apparaît comme une courbe épaisse, bruitée et floue. L'analyse des formes devient alors problématique, d'où le besoin de méthodes de traitement d'images dédiées. Dans ce document, le terme "Forme" désigne la courbe épaisse représentant le polymère étudié acquis par microscopie. Bien que les polymères soient largement étudiés, plusieurs problématiques restent encore ouvertes quant à leur organisation, leur structure ou encore leur dynamique [21]. Plusieurs propriétés dépendent par exemple de la longueur du polymère [13]. Pour être en mesure d'étudier la forme de ce matériau, nous citons ses principales caractéristiques [8, 21] :

- (i) le polymère a une largeur constante et adopte un mouvement reptilien (on parle de Reptation), et peut former des géométries complexes y compris des boucles,
- (ii) les images étudiées sont une projection à deux dimensions du mouvement tridimensionnel (reptation),
- (iii) une intensité plus élevée est remarquée à proximité de la ligne médiane de la forme avec du bruit et du flou autour. Ce qui est typique d'une acquisition par microscope.

Pour étudier la dynamique des chaînes de polymères, les scientifiques (chimistes et biologistes) réduisent la forme acquise par microscope à sa représentation minimale qui est une courbe [8]. La courbe extraite permet d'effectuer différentes mesures, d'analyser la dynamique du polymère, de suivre son mouvement . . . Ces analyses dépendent fortement de la courbe extraite qui doit représenter au mieux l'objet étudié. Dans cet article nous proposons une méthode d'extraction de courbe visant à aider l'analyse du mouvement des polymères (reptation). Pour une bonne représentation de l'objet étudié, cette courbe doit être proche de la ligne médiane de la forme, et prendre en considération le suivi de la reptation du polymère.

Dans les études actuelles, la courbe est généralement extraite en utilisant des procédés manuels ou semi-automatiques. L'intensité maximale à proximité de la ligne médiane est souvent exploitée : plusieurs points sont sélectionnés et la courbe est calculée par interpolation [8, 9]. La courbe peut également être approchée en calculant un squelette morphologique [18, 17, 20]. Ce dernier offre une bonne représentation axiale de la forme mais reste sensible aux déformations du contour. Cette sensibilité se traduit par l'apparition de branches indésirables [11]. Afin d'éviter ce problème, un procédé d'élagage peut être considéré ou le squelette peut être combiné à d'autres méthodes de traitement comme le contour actif [18]. Ces méthodes, cependant, ne considèrent pas souvent les géométries d'auto-intersection. Nous proposons d'extraire une courbe représentant ce type de géométrie par calcul de géodésiques.

Une géodésique est l'un des plus courts chemins reliant deux points. Pour une forme ouverte sans boucles, si ces deux points sont situés à ses extrémités et si la géodésique les reliant passe près de la ligne médiane de la forme [2], on peut considérer cette géodésique comme une courbe représentant la forme étudiée. Une géodésique peut être calculée par propagation. La propagation, ici basée sur une loi exponentielle décroissante, permet de garder l'orientation de la courbe. C'est une caractéristique importante pour l'étude du mouvement des chaînes de polymères, qui n'est pas tout le temps présente dans les méthodes actuelles d'extraction de courbe. Par ailleurs, en comparant au squelette morphologique, l'utilisation de géodésique évite le problème des branches indésirables. Cependant pour une forme avec boucles, une géodésique ne peut parcourir toute la forme en reliant ses extrémités en raison de la propagation d'ondes au niveau des bifurcations et de la collision d'onde (Figure 2.a) qui représente un point selle pour la fonction géodésique. Une interprétation en trois dimensions de la forme [10] doit être considérée pour la bonne représentation de la forme. Nous proposons alors d'extraire une courbe par morceaux parcourant la forme, en calculant plusieurs géodésiques. Chaque géodésique représente une partie de la forme. Par fusion, nous obtenons la courbe complète représentant le polymère. La fusion est réalisée de sorte que la reptation naturelle du polymère est maintenue (Section 4).

Nous commençons par définir, expliciter la problématique et présenter le principe de la méthode dans la section 2. La première étape de l'algorithme est détaillée dans la Section 3, suivie de la présentation de la seconde étape à la section 4. Nous évaluons la méthode dans la section 5 avant de conclure et d'ouvrir des perspectives à la dernière section de l'article (Section 6).

## 2 Méthodologie

Considérons une forme  $Z$ , et deux points  $s$  et  $e$  appartenant à  $Z$ . Un des plus courts chemins reliant  $s$  et  $e$  est appelé *Géodésique*. Dans [11], les auteurs montrent que la longueur d'une courbe épaisse ouverte est définie comme étant la longueur de la plus longue géodésique la parcourant. Pour être représentative, la géodésique doit avoir une longueur maximale au niveau de la forme considérée. Nous l'appelons dans ce papier *Géodésique maximale*, qui relie donc les deux points les plus distants dans la forme. Pour une forme ouverte, ces deux points sont localisés aux extrémités.

Considérant des formes fermées et/ou avec boucles, une seule géodésique maximale ne peut représenter la totalité de la forme en une seule propagation : Arrivé à une intersection, le front se propage dans toutes les directions (Figure 2.a) et l'extraction de la géodésique devient ambiguë. De plus, les collisions de front provoquent l'arrêt de la propagation (Figure 2.a). Considérant ces géométries, une forme renvoie un ensemble de géodésiques maximales (Figure 2.g), chacune parcourant une partie distincte de la forme. Une géodésique n'est maximale que sur la partie de la forme qu'elle parcourt.

Pour extraire une courbe parcourant la totalité de la forme étudiée, nous proposons de fusionner les géodésiques extraites dans un processus itératif (Section 4). La fusion est effectuée de sorte que l'orientation naturelle du mouvement du polymère est conservée. Notre algorithme comprend deux étapes : L'extraction des géodésiques (Section 3), et la fusion des géodésiques (Section 4). L'organigramme de l'algorithme est présenté à la figure 1.

## 3 Extraction des géodésiques

La géodésique est l'un des plus court chemin reliant deux points dans la forme, son extraction peut alors être considérée comme un problème de propagation de front [15] d'un point à l'autre. La transformée de distances associée à chaque point de l'image, la plus courte distance aux points d'intérêt [19]. De ce fait, une carte de distances entre un point source et un point de référence permet l'extraction d'une géodésique les reliant. Nous rappelons que les formes acquises par microscope sont caractérisées par une intensité plus élevée au centre (Section 1.(i), Figure 4). Afin de contraindre la géodésique à se rapprocher de la ligne médiane de la forme, nous exploitons cette caractéristique et définissons une carte de distances pondérée liée au niveau gris de la forme. En l'absence de cette caractéristique, des méthodes binaires exploitant la forme et pas son

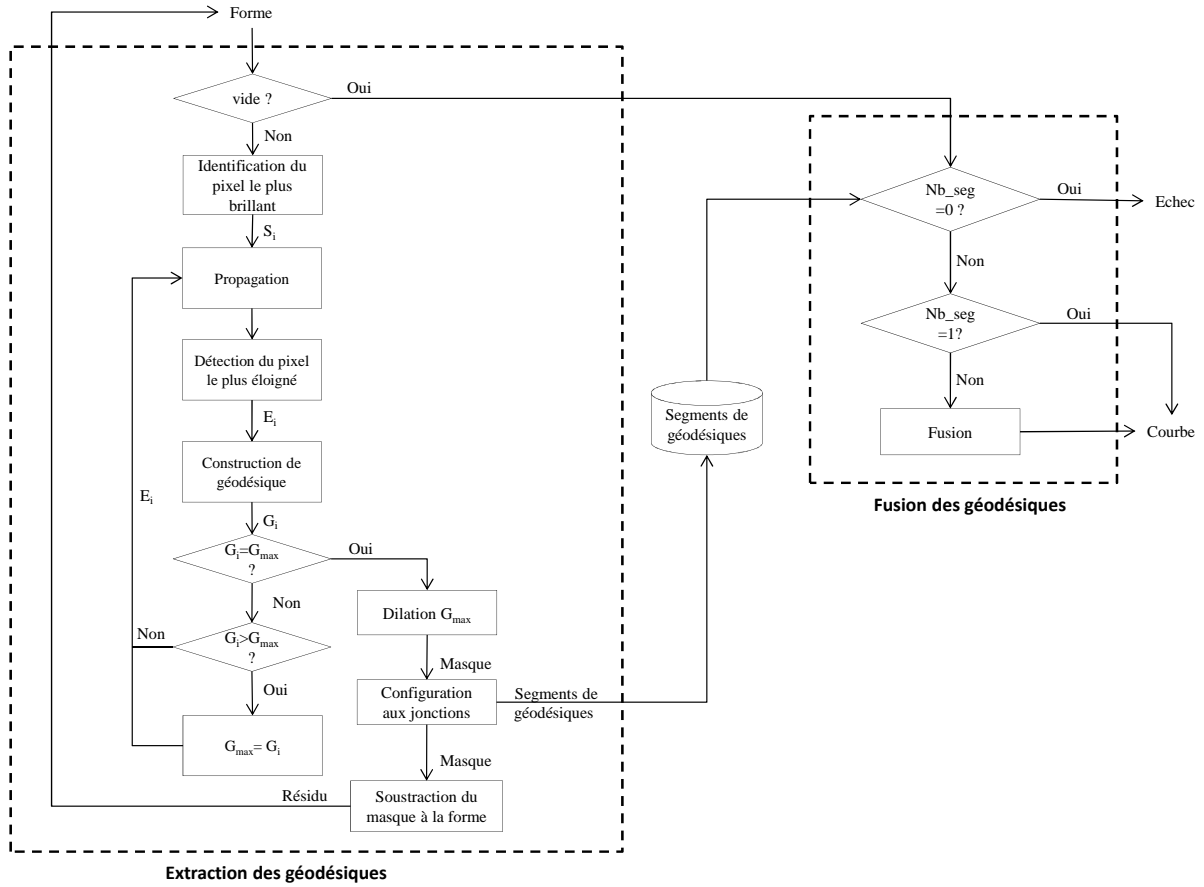


FIGURE 1 – Organigramme de l’algorithme proposé. Deux étapes : extraction des géodésiques, et fusion des géodésiques

intensité peuvent être considérées.

Soit  $Z$  la forme en niveaux de gris à valeurs normalisées,  $Z(a)$  l’intensité normalisée du pixel  $a \in Z$ . La carte de distances pondérée  $WDT$  calculée sur  $Z$  pour tout pixel  $a$ , est donnée par :

$$WDT(a) = DT(a) \cdot \exp(-\lambda \cdot Z(a)^2) \quad (1)$$

avec  $DT(a) = \min_{p \in V(a)} (d(p, a))$ , où  $d()$  représente la distance euclidienne,  $V(a)$  le voisinage du pixel  $a$  et  $\lambda \in \mathbb{R}$  un coefficient de pondération.

L’ensemble des géodésiques maximales est calculé comme suit : Nous propageons un front au niveau de la forme étudiée à partir d’un point arbitraire  $S_i$ , et nous localisons le point  $E_i = \max(WDT(S_i))$  ayant la valeur maximale dans  $WDT$ . Une géodésique ( $TemG_i$ ) reliant les deux points  $S_i$  et  $E_i$ , est construite par rétropropagation. Le point  $E_i$  nouvellement détecté est immédiatement défini comme une nouvelle source de propagation du front et la procédure est réitérée. Entre deux itérations successives, la plus longue géodésique  $G_i = \max(\text{Length}(TemG_i), \text{Length}(TemG_{i-1}))$  est retenue. Nous réitérons jusqu’à ce que la longueur maximale soit atteinte  $\text{Length}(TemG_i) = \text{Length}(TemG_{i-1})$  : une géodésique maximale  $G_i$  en terme de longueur est alors obtenue. Cette géodésique parcourt une certaine partie de la forme. Afin d’explorer le reste, cette partie est retirée de la

forme complète :  $Z_{i+1} = Z_i - Dil_B(G_i)$  où  $Dil_B(G_i)$  représente l’opération de dilatation morphologique et  $B$  un disque de rayon  $b$  correspondant à largeur observée de la forme. Si  $Z_{i+1}$  est vide, le processus est arrêté. Cela signifie que l’ensemble des géodésiques maximales extraites (ici  $\{G_i\}$ ), couvre la totalité de la forme étudiée. Si cependant  $Z_{i+1}$  n’est pas vide, des géodésiques maximales sont extraites de manière itérative du reste de la forme (Figure 2.d,e,f).  $G_{i+1}$  est alors extraite de ce qui reste de la forme ( $Z_{i+1}$ ).

Considérant des formes fermées et/ou avec boucles, plusieurs géodésiques maximales équivalentes peuvent exister notamment en raison de plusieurs intersections (Figure 2.a,b,c). Éviter le problème des intersections conduit à un recouvrement partielle de la forme (Figure 2.g,h,i) et donc une mauvaise représentation lors de la fusion. Pour gérer ce point, nous divisons les géodésiques maximales à chaque intersection pour obtenir un ensemble de segments de géodésiques non ambiguës (Figure 2.j,k,l).

Une fois l’ensemble des segments de géodésiques obtenu, une courbe complète est calculée par la fusion de ces éléments (section 4).

## 4 Fusion des géodésiques

L’objectif est de représenter le mouvement du polymère (reptation) et donc de respecter l’orientation de la courbe.

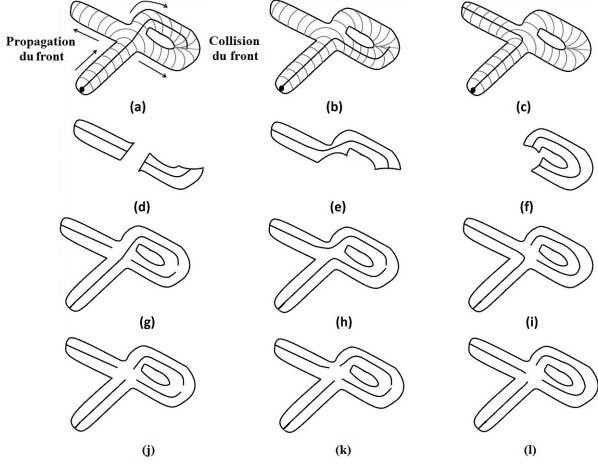


FIGURE 2 – Propagation et extraction de géodésiques aux intersections : a-c Différentes géodésiques maximales équivalentes considérant la même propagation. d-f Recherche des géodésiques maximales sur les parties restantes de la forme. g-i Ensemble des géodésiques maximales au sein de la forme. j-l Segments de géodésiques après considération des jonctions

Pour cela, nous parcourons la courbe de manière unicursale minimisant la rupture de pente aux jonctions. Les segments de géodésiques ( $G_i$ ) extraits précédemment (Section 3) doivent être fusionnés dans un ordre précis afin de générer une telle courbe. Nous modélisons le problème par graphe et nous identifions l'ordre de fusion en cherchant un chemin optimal parcourant ce graphe.

#### 4.1 Graphe Eulérien

Nous définissons un graphe  $G = (V, E)$  non orienté, où  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_i\}$  représente l'ensemble des sommets modélisant les jonctions et  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_j\}$  l'ensemble des arêtes modélisant les segments de géodésiques. Le problème d'identification de l'ordre de fusion peut être vu comme le célèbre problème des sept ponts de Königsberg [12], qui est résolu en cherchant un chemin Eulérien. Pour cela, les arêtes du graphe considéré  $G$  ne sont visitées qu'une seule fois. Un chemin Eulérien existe si et seulement si tous les sommets du graphe sont de degré pair, sauf pour les sommets de début et de fin (Figure 3.f). Un cycle est considéré si le début et la fin sont représentés par le même sommet (Figure 3.e). Si le graphe  $G$  comporte un ou plusieurs sommets de degré impair (à l'exception du début et fin), il est nécessaire de considérer des arêtes à double passage pour permettre un parcours Eulérien. Il est alors adéquat de dupliquer des arêtes spécifiques (Figure 3.g et Figure 3.h).

#### 4.2 Considération des graphes non Eulériens

Dans le problème du postier chinois [5], les arêtes à double passage sont identifiées en recherchant un couplage maximum. Un couplage dans un graphe est un ensemble

d'arêtes n'ayant pas de sommet en commun. Un couplage maximum est un couplage contenant le plus grand nombre possible d'arêtes. La méthode [4] cherche le couplage maximum de poids minimal (ou maximal selon l'application). Chaque arête de ce couplage est par la suite dupliquée afin de permettre un double passage. Pour chercher les arêtes à dupliquer, nous construisons un graphe pondéré  $G_1 = (V, E, C_1)$  à partir de  $G$ , ayant les mêmes sommets et arêtes (Algo.1.Étape 2).

Le poids d'une arête est calculé à partir de tous les angles formés par l'arête en question et toutes les arêtes qui lui sont adjacentes. Le but étant de dupliquer les arêtes minimisant la rupture de pente. Le poids de chaque arête  $C_A(e_i)$  est calculé en tenant compte des poids des sommets ( $N_1$  et  $N_2$ ) attachés :

$$C_A(e_i) = C_S(N_1) + C_S(N_2). \quad (2)$$

A chaque sommet  $N_i$ , nous déterminons les angles  $w_{ij}$  entre  $e_i$  et toutes les arêtes incidentes<sup>1</sup>. Nous calculons, pour cela, les vecteurs directeur  $d_i$  pour chaque segment de géodésique à une extrémité, puis l'angle normalisé  $w_{ij}$  entre  $d_i$  et  $d_j$  :

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{|d_i \cdot d_j|}{\|d_i\| \|d_j\|}\right), & \text{if } i \neq j \\ 1, & \text{if } i = j \end{cases} \quad (3)$$

Le poids des sommets est calculé comme suit :

$$C_S(N_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^K (\pi - w_{ij})^2}. \quad (4)$$

Une fois le graphe pondéré  $G_1$  construit, un troisième graphe  $G_m$  pour la recherche du couplage maximum est construit à partir de  $G_1$ . Seuls les sommets de  $G_1$  ayant un degré impair à l'exception des sommets début et fin, sont considérés.

Chaque couple de sommets dans  $G_m$  est relié par une arête ayant le coût du plus court chemin entre eux dans  $G_1$ . Le couplage maximum ayant le poids minimal dans  $G_m$  est identifié. Chaque arête faisant partie de ce couplage correspond alors à une arête à double passage. Ces arêtes sont alors dupliquées dans  $G$  où un chemin Eulérien peut alors être trouvé.

#### 4.3 Chemin Eulérien

Deux arêtes incidentes  $e_i$  et  $e_j$  connectées à un sommet sont considérées comme un potentiel couple de fusion  $(e_i, e_j)$ . Le coût de fusion  $C_F(e_i, e_j)$  est donné pour chaque couple de fusion dans  $G$ . Le coût d'un couple de fusion  $C_F(e_i, e_j)$  est défini comme étant l'angle de déviation par rapport à la tangente :

$$C_F(e_i, e_j) = \pi - w_{ij}. \quad (5)$$

1. soit  $K$  le nombre d'arêtes  $e_j$  incidente à  $e_i$

Le coût du chemin  $P = e_1, e_2, \dots, e_n$  est calculé par la somme des coûts de fusion de chaque couple de sommets adjacents le long de  $P$ . Le chemin Eulérien optimal est celui minimisant les déviations aux jonctions (Algo.1.Étape 3).

---

**Algorithm 1** Recherche de chemin Eulérien

---

**Entrée :** Graphe connexe non orienté  $G = (V, E)$

**Sortie :** Un chemin Eulérien, solution optimale du problème

**Étape 1 :** Mettre  $G' = G$ . Si  $G'$  a au plus deux sommets de degré impair, aller à Étape3

**Étape 2 :** Construire  $G_1 = (V, E, C_1)$

1.  $V_m$  est l'ensemble des sommets de degré impair dans  $G_1$ .
2. Construire le graphe  $G_m = (V_m, E_m)$  où le coût d'une arête  $(v_i, v_j)$  de  $E_m$  est égale à la longueur du plus court chemin  $S_{ij}$  entre  $v_i$  et  $v_j$  dans  $G_1$ .
3. Trouver un couplage maximum dans  $G_m$  ayant le moindre coût.
4. Pour chaque arête  $(v_i, v_j)$  du couplage optimal, ajouter dans  $G'$  une copie de toutes les arêtes de  $S_{ij}$ .

**Étape 3 :** Si tous les sommets sont de degré pair, construire un cycle Eulérien en partant de n'importe quel sommet. Sinon, construire un chemin Eulérien en partant d'un sommet de degré impair.

---

#### 4.4 Fusion des géodésiques

La fusion des segments des géodésiques est effectuée selon le chemin optimal retrouvé. Elle consiste à appairer localement les extrémités des segments de géodésiques. Afin de garder le bon suivi de la reptation du polymère, nous accordons une attention à l'ordre des pixels des segments avant la fusion. Pour assurer la continuité en fusionnant deux segments de géodésique  $G_i, G_j$ , nous appairons l'extrémité finale de  $G_i$  à l'extrémité initiale de  $G_j$ . L'ordre des pixels peut être inversé si nécessaire.

### 5 Résultats expérimentaux

Le polymère considéré dans notre étude est un polyisocyanopeptide [8]. Notre méthode (MGF) a été validée visuellement par des experts sur les images réelles. Cependant, la réalité terrain n'est pas disponible pour valider quantitativement la méthode. Pour confirmer ces résultats, nous avons simulé des polymères en générant plusieurs types de courbes. Nous les avons convolué avec une distribution gaussienne (La diffraction est généralement modélisée par une distribution gaussienne [13]), et finalement une quantité réaliste de bruit poissonnien a été ajoutée aux images. Les polymères simulés ont été validés par des experts (Figure 4b). 50 courbes de chaque type constituent la base des images simulées : courbes ouvertes (Figure 4b), courbes fermées (Figure 3a) et courbes à boucle (Figure 3.b-d). Nous comparons notre algorithme aux méthodes classiques

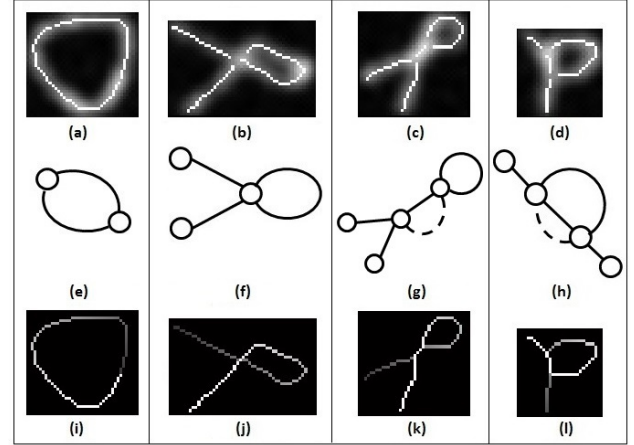


FIGURE 3 – L'algorithme en étapes : Première ligne : Les segments de géodésiques avant la fusion. Seconde ligne : La représentation par graphes. (e)-(f) Graphes Eulériens. (g)-(h) Graphes Eulériens après duplication d'arêtes. Dernière ligne : Courbe orientée après fusion

de squelettisation : un squelette (Skel) [6] et une méthode par amincissement (Thin) [16]. Pour les évaluations quantitatives, nous calculons des distances entre les courbes simulées et celles extraites par les différentes méthodes. Les critères de comparaison utilisés sont la distance de Hausdorff (HD) [7], la Mean Absolute Distance (MAD) [1], la Mean Sum of Squared Distance (MSSD)[22] et le coefficient de Dice (D) [3]. Nous appelons  $R$  la courbe de référence et  $S$  la courbe calculée. Considérons  $r$  et  $s$  des points génériques appartenant respectivement à  $R$  et  $S$ . Les critères de comparaison sont définies comme suit :

$$HD(R, S) = \max(\max_{r \in R} d(r, S), \max_{s \in S} d(s, R)) \quad (6)$$

$$MAD(R, S) = \frac{1}{N_s} \sum_{s \in S} |d(s, R)| \quad (7)$$

$$MSSD(R, S) = \frac{1}{N_s} \sum_{s \in S} |d^2(s, R)| \quad (8)$$

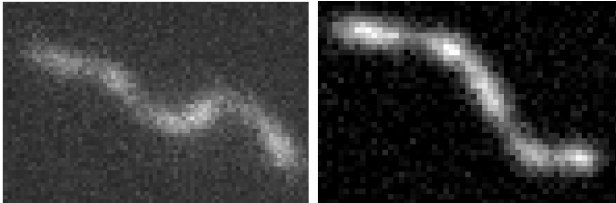
$$D = \frac{2(R \cap S)}{R + S} \quad (9)$$

Notre méthode a pour but d'approcher une représentation continue de la courbe en la représentant avec le minimum de pixels. De cette façon, une représentation fine est plus efficace pour les applications de mesure et de suivi. Pour quantifier la capacité de la méthode à extraire une courbe fine, nous introduisons le coefficient suivant :

$$TH = \frac{R \cap S}{S} \quad (10)$$

Les coefficients Dice et TH mesurent la correspondance entre les deux courbes. Le coefficient TH représente le pourcentage de  $S$  couvert par  $R$ . Tandis que le MAD

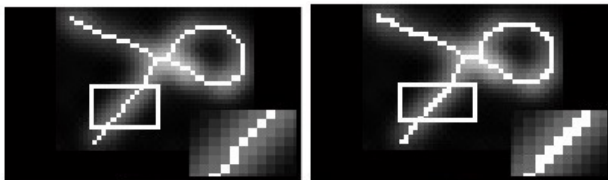
et MSDD mesurent une correspondance globale entre les deux courbes, la distance de Hausdorff évalue le comportement local des courbes. Il est à noter que si  $S = R$  alors  $MAD = MSSD = HD = 0$ ,  $TH = D = 1$  et que si  $S \subset R$  et  $S \neq R$ ,  $MAD = MSSD = 0$ ,  $TH = 1$ ,  $D < 1$  et  $HD > 0$ .



(a) Un exemple de polymère réel (b) Un exemple de polymère simulé

FIGURE 4 – Comparaison visuelle entre un Polymère réel et un Polymère simulé

Nous commençons par supprimer le flou accumulé autour de la forme, ce qui est typique de l'acquisition par microscopie (Section 1) : une image résiduelle  $R$  est construite avec le résultat d'un filtre moyen et d'un filtre médian :  $R = MeanFilter(Z) - MedianFilter(Z)$ , où  $Z$  est la forme initiale. La forme résultante  $R$  est par la suite déconvoluée successivement par deux noyaux ayant la même taille mais deux amplitudes et écarts types différents. Cette déconvolution est effectuée en appliquant la procédure de Lucy-Richardson. La taille des noyaux correspond à la largeur observée de la forme, les amplitudes et écarts types à la distribution d'intensité. Les courbes sont extraites à partir des formes déconvoluées. Les résultats de comparaison entre les courbes extraites et la vérité terrain sont résumés dans le tableau 1.



(a) Courbe extraite par notre méthode (MGF) (b) Courbe extraite par amincissement (Thin)

FIGURE 5 – Comparaison visuelle de courbes extraites

En observant les résultats globaux selon HD, MAD, et MSDD, nous notons une légère différence entre notre méthode et celles de la littérature. En ce qui concerne les courbes produites par les méthodes de la littérature, nous remarquons qu'elles génèrent des courbes moins fines que celles produites par notre méthode. Une comparaison visuelle avec la méthode par amincissement (Thin), est visible à la figure 5. Ces critères calculent des distances globales en sélectionnant le maximum des distances locales minimales : des petites variations affectent donc négativement nos résultats à la différence des méthodes de la lit-

térature qui produisent des courbes recouvrant totalement la référence. Ceci est quantitativement exprimé par le critère TH (équation 9) : nous notons que les meilleures performances sont obtenues avec notre méthode (MGF) ( $TH = 0,84$ ). Ces résultats montrent que notre méthode permet l'extraction de courbes se rapprochant de la référence (Skel : 0.75, Thin : 0.77, Thin\_prun1 : 0.80). L'élagage améliore les résultats des méthodes de l'état de l'art pour le critère TH (Thin\_prun1 : 0.80), mais ceci provoque la détérioration du comportement de la courbe ( $HD : 3.84$ ,  $MAD : 1.16$ ,  $MSSD : 1.83$ ) : nous avons remarqué que l'élagage déforme la courbe au niveau des extrémités.

De manière générale, des résultats prometteurs sont obtenus par notre méthode en comparant aux méthodes classiques de la littérature, tout en fournissant de meilleurs résultats avec des géométries complexes (fermé et avec boucle). la figure 3 illustre toutes les étapes de l'algorithme, le gradient de gris montre l'orientation des courbes.

## 6 Conclusion

Nous avons proposé dans cet article une méthode automatique d'extraction de courbe pour l'étude des polymères. Cette courbe est réalisée par calcul et fusion de géodésiques. Une importante caractéristique de la courbe extraite est sa capacité à suivre le mouvement naturel du polymère. Nous avons simulé des polymères afin d'estimer la courbe extraite par rapport à la réalité de terrain. Les résultats obtenus montrent que la courbe extraite représente correctement la forme, et est comparable aux méthodes classiques de squelettisation. La méthode peut donc être utilisée pour l'étude des polymères. Dans des travaux futurs, plus de comparaisons seront effectuées compte tenu des images réelles de polymères.

## Références

- [1] Comaniciu, D., Zhou, X.S., Krishnan, S. : Robust real-time myocardial border tracking for echocardiography : an information fusion approach. *IEEE Trans. Med. Imaging* 23(7), 849–60 (Jul 2004)
- [2] Deschamps, T., Cohen, L.D. : Fast extraction of minimal paths in 3D images and applications to virtual endoscopy. *Med. Image Anal.* 5(4), 281–299 (Dec 2001)
- [3] Dice, L.R. : Measures of the Amount of Ecologic Association Between Species. *Ecology* 26(3), 297 (Jul 1945)
- [4] Edmonds, J. : Maximum Matching and a Polyhedron with (0,1) Vertices. *J. Res. Natl. Bur. Stand.* 69B, 125–130 (1965)
- [5] Edmonds, J., Johnson, E. : Matching, euler tours and the chinese postman. *Math. Program.* 5(1), 88–124 (1973)
- [6] Gonzalez, R.C., Woods, R.E., Eddins, S.L. : *Digital image processing using MATLAB*. Pearson Education India (2004)

TABLE 1 – Résultats de l'extraction des courbes.

	Méthodes	TH		HD		MAD		MSSD		D	
		Mean	SD	Mean	SD	Mean	SD	Mean	SD	Mean	SD
Ouvertes	MGF	<b>0.85</b>	0.05	2.74	1.22	1.06	0.06	1.25	0.33	<b>0.79</b>	0.04
	Skel	0.74	0.05	2.08	0.74	<b>1.02</b>	0.02	<b>1.09</b>	0.10	0.79	0.04
	Thin	0.76	0.06	<b>2.08</b>	0.74	<b>1.02</b>	0.02	<b>1.09</b>	0.10	0.79	0.05
	Thin_prun1	0.79	0.06	4.36	1.63	1.19	0.17	2.01	1.34	0.78	0.05
Fermées	MGF	<b>0.88</b>	0.04	<b>1.33</b>	0.53	<b>1.00</b>	0.01	<b>1.01</b>	0.05	0.75	0.03
	Skel	0.80	0.05	1.63	1.04	<b>1.00</b>	0.01	1.02	0.05	<b>0.80</b>	0.04
	Thin	0.83	0.05	1.57	1.05	<b>1.00</b>	0.01	1.02	0.06	<b>0.80</b>	0.05
	Thin_prun1	0.84	0.05	1.47	0.78	1.01	0.02	1.03	0.08	<b>0.80</b>	0.05
À boucle	MGF	<b>0.81</b>	0.05	<b>2.25</b>	0.73	<b>1.02</b>	0.01	<b>1.08</b>	0.08	0.69	0.05
	Skel	0.77	0.05	3.02	1.06	1.06	0.04	1.24	0.18	<b>0.73</b>	0.04
	Thin	0.77	0.06	3.16	1.00	1.07	0.04	1.27	0.20	0.72	0.05
	Thin_prun1	0.79	0.06	4.66	1.07	1.24	0.14	2.11	0.77	0.69	0.06
Global	MGF	<b>0.84</b>	0.04	2.36	0.98	1.03	0.04	1.16	0.22	0.76	0.04
	Skel	0.75	0.05	<b>2.18</b>	0.86	<b>1.02</b>	0.02	<b>1.10</b>	0.10	<b>0.78</b>	0.03
	Thin	0.77	0.05	2.19	0.85	<b>1.02</b>	0.02	1.11	0.11	0.77	0.05
	Thin_prun1	0.80	0.05	3.84	1.34	1.16	0.13	1.83	0.97	0.76	0.05

- [7] Huttenlocher, D., Klanderman, G., Rucklidge, W. : Comparing images using the Hausdorff distance. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 15(9), 850–863 (1993)
- [8] Keshavarz, M., Engelkamp, H., Xu, J., Braeken, E., Otten, M.B., Uji-i, H., Schwartz, E., Koepf, M., Vananroye, A., Vermant, J., et al. : Nanoscale study of polymer dynamics. *ACS nano* (2015)
- [9] Kuhn, J.R., Pollard, T.D. : Real-time measurements of actin filament polymerization by total internal reflection fluorescence microscopy. *Biophysical journal* 88(2), 1387–1402 (2005)
- [10] Lantuéjoul, C., Beucher, S. : On the use of the geodesic metric in image analysis. *Journal of Microscopy* 121(1), 39–49 (1981)
- [11] Lantuéjoul, C., Maisonneuve, F. : Geodesic methods in quantitative image analysis. *Pattern recognition* 17(2), 177–187 (1984)
- [12] Leonhard Euler : *Solutio Problematis ad Geometriam Situs Pertinentis*. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* 8 pp. 128–140 (1741)
- [13] Muls, B., Uji-i, H., Melnikov, S., Moussa, A., Verheijen, W., Soumillion, J.P., Josemon, J., Müllen, K., Hofkens, J. : Direct measurement of the end-to-end distance of individual polyfluorene polymer chains. *ChemPhysChem* 6(11), 2286–2294 (2005)
- [14] Perkins, T.T., Smith, D., Chu, S., et al. : Relaxation of a single dna molecule observed by optical microscopy. *Science* 264(5160), 822–826 (1994)
- [15] Peyré, G., Cohen, L. : Heuristically driven front propagation for geodesic paths extraction. In : *Variational, Geometric, and Level Set Methods in Computer Vision*, pp. 173–185. Springer (2005)
- [16] Pudney, C. : Distance-Ordered Homotopic Thinning : A Skeletonization Algorithm for 3D Digital Images. *Comput. Vis. Image Underst.* 72(3), 404–413 (Dec 1998)
- [17] Rivetti, C. : A simple and optimized length estimator for digitized dna contours. *Cytometry Part A* 75(10), 854–861 (2009)
- [18] Romanowska, M., Hinsch, H., Kirchgeßner, N., Giesen, M., Degawa, M., Hoffmann, B., Frey, E., Merkel, R. : Direct observation of the tube model in f-actin solutions : Tube dimensions and curvatures. *EPL (Europhysics Letters)* 86(2), 26003 (2009)
- [19] Rosenfeld, A., Pfaltz, J. : Distance functions on digital pictures. *Pattern Recognit.* 1(1), 33 – 61 (1968)
- [20] Sanchez, H., Wyman, C. : Sfmatics : an analysis tool for scanning force microscopy images of biomolecules. *BMC bioinformatics* 16(1), 1 (2015)
- [21] Woll, D., Braeken, E., Deres, A., De Schryver, F.C., Uji-i, H., Hofkens, J. : Polymers and single molecule fluorescence spectroscopy, what can we learn? *Chem. Soc. Rev.* 38, 313–328 (2009)
- [22] Zhou, X.S., Comaniciu, D., Gupta, A. : An information fusion framework for robust shape tracking. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 27(1), 115–29 (Jan 2005)